

4. DP'NİN ÇÖZÜMÜ

4.1 DP ÇÖZÜMLERİ: DÖRT DURUM

Bir DP çözüldüğü zaman aşağıdaki dört durumdan biri ile karşılaşılır:

1. DP'nin **bir tek en iyi çözüm**ü vardır.
2. DP'nin **alternatif (çok sayıda) en iyi çözümleri** vardır. Birden fazla (aslında sonsuz sayıda) en iyi çözüm bulunur.
3. DP **olurlu değildir** (infeasible). Hiç olurlu çözümlü yoktur (Olurlu bölgede nokta yoktur).
4. DP **sınırlı değildir** (unbounded). Olurlu bölgedeki noktalar sonsuz büyüklükte amaç fonksiyon değeri vermektedir.

4.2 GRAFİK ÇÖZÜM

Sadece iki değişkenli herhangi bir DP'nin çözümü grafiksel olarak bulunabilir

Örnek 1. Giapetto

(Winston 3.1, s. 49)

Giapetto DP'nin sadece iki karar değişkeni olduğundan grafik üzerinde çözüme gidilebilir

Yanıt

The feasible region is the set of all points satisfying the constraints.

$$\text{maks } z = 3x_1 + 2x_2$$

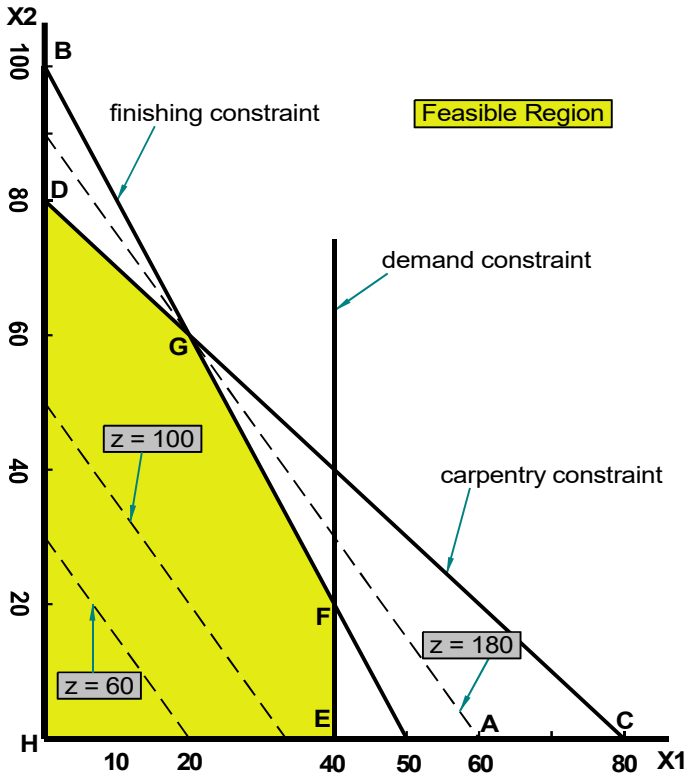
$$\text{öyle ki } 2x_1 + x_2 \leq 100 \quad (\text{Cilalama kısıdı})$$

$$x_1 + x_2 \leq 80 \quad (\text{Marangozluk kısıdı})$$

$$x_1 \leq 40 \quad (\text{Talep kısıdı})$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad (\text{İşaret sınırlamaları})$$

Aşağıdaki kısıtları sağlayan noktalar kümesi olurlu bölgedir. DP'yi sağlayan noktalar kümesi DGFEH beşgeni ile sınırlandırılmıştır. Bu beşgen (boyalı bölge) **üzerindeki** veya **içindeki** herhangi bir nokta **olurlu bölgededir**.



DP için olurlu bölgeyi belirledikten sonra en iyi çözüm için araştırma yapılabilir. **En iyi çözüm**, olurlu bölgede *en fazla* z değerini veren noktadır (enbüyükleme sorunu).

En iyi çözümü bulmak için, z değerleri aynı olan bir doğru çizilir. Enbüyükleme sorunu için bu çizgi **eş kar** (isoprofit) doğrusu; enküçükleme sorunu içinse **eş maliyet** (isocost) doğrusu olarak isimlendirilir (*Şekilde $z = 60$, $z = 100$ ve $z = 180$ için eş kar doğruları görülmektedir*).

Bir tek en iyi çözüm varsa, eş kar doğrusu olurlu bölgeyi terk ederken bir köşe (vertex - corner) ile kesişir.

Bu DP için en iyi çözüm $z = 180$ için G noktası $(x_1, x_2) = (20, 60)$ şeklindedir.

Karar değişkenlerinin en iyi çözüm değerleri kullanıldığında bir kısıdın sol taraf değeri ile sağ taraf değeri eşitse o kısıt **aktif** (sıkı; binding, tight) bir kısıttır.

Karar değişkenlerinin en iyi çözüm değerleri kullanıldığında bir kısıdın sol taraf değeri ile sağ taraf değeri eşit değilse o kısıt **aktif olmayan** (nonbinding) bir kısıttır.

Giapetto DP'de cilalama işçiliği ve marangozluk kısıtları aktiftir. Öte yandan talep kısıdı aktif olmayan bir kısıttır çünkü en iyi çözümde $x_1 < 40$ ($x_1 = 20$).

Örnek 2. Reklam

(Winston 3.2, s. 61)

Reklam DP'nin sadece iki karar değişkeni olduğundan grafik üzerinde çözüme gidilebilir

Yanıt

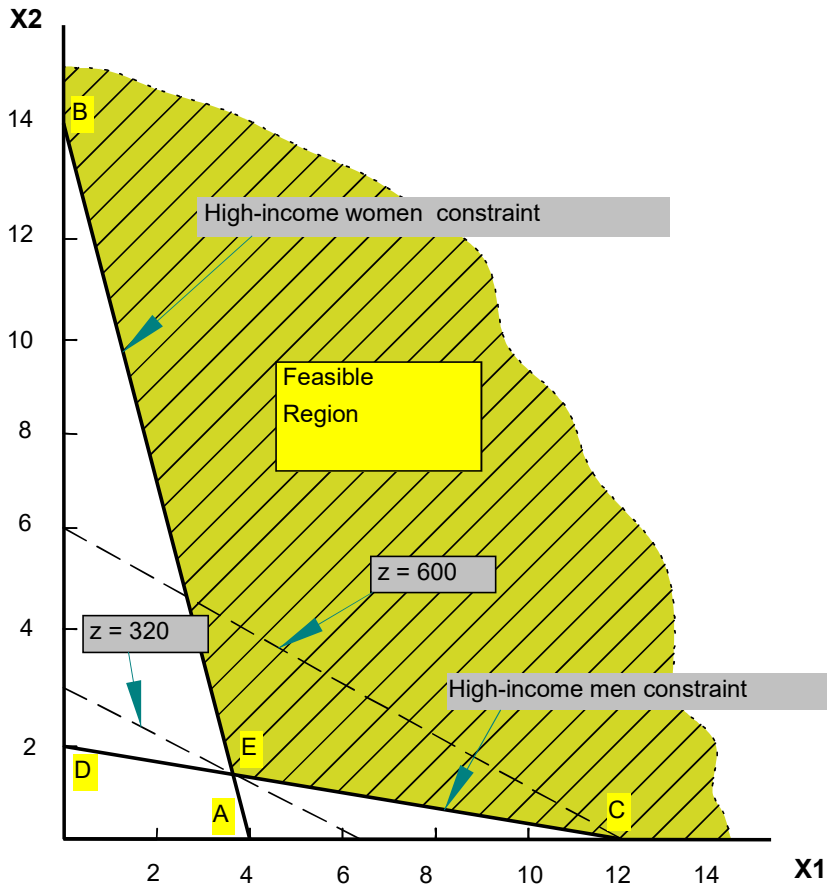
Aşağıdaki kısıtları sağlayan noktalar kümesi olurlu bölgedir.

$$\min z = 50x_1 + 100x_2$$

$$\text{öyle ki } 7x_1 + 2x_2 \geq 28 \quad (\text{yüksek gelirli kadın})$$

$$2x_1 + 12x_2 \geq 24 \quad (\text{yüksek gelirli erkek})$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



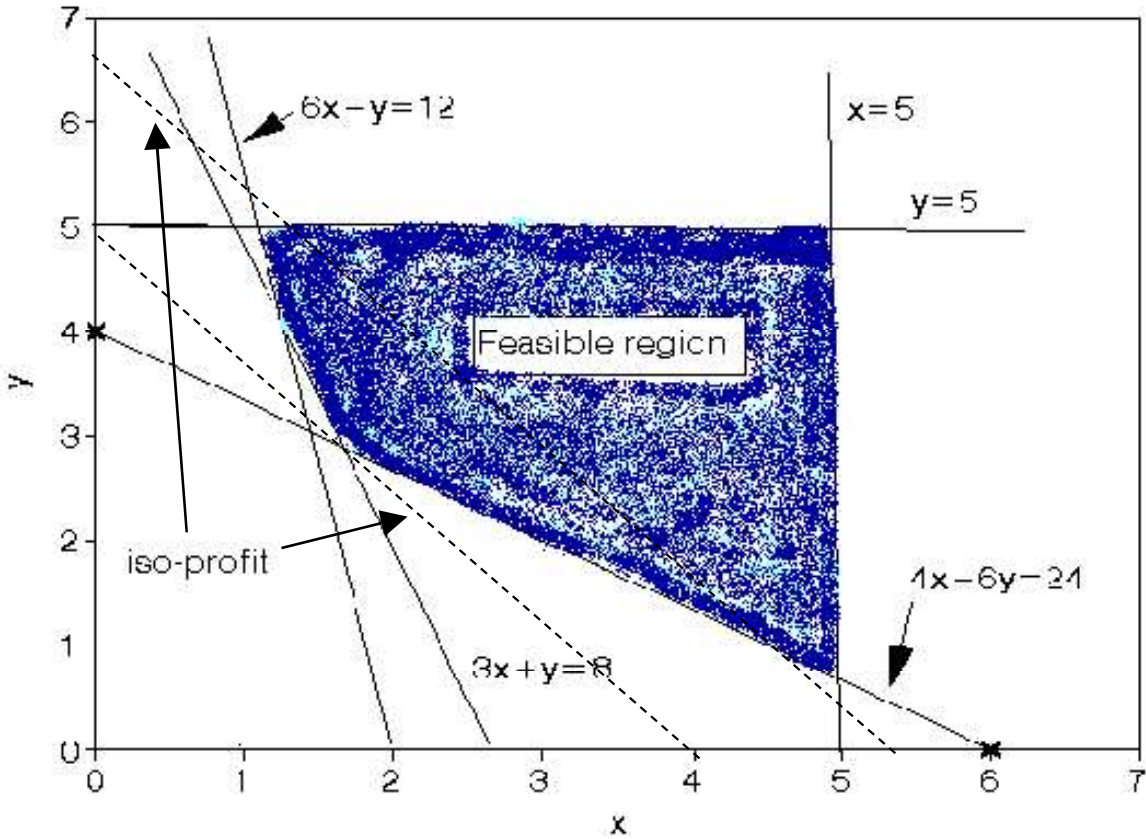
Dorian toplam reklam maliyetini en küçükleme için sorunun en iyi çözümünü olurlu bölgede *en az* z değerini veren noktadır.

En az z değerli eş maliyet doğrusu E noktasından geçmektedir; bu yüzden en iyi çözüm $x_1 = 3.6$, $x_2 = 1.4$ ve $z = 320$ şeklindedir.

Hem yüksek gelirli kadın hem de yüksek gelirli erkek kısıtları sağlandığı için her ikisi de aktif kısıtlardır.

Örnek 3. İki Maden

$$\begin{aligned} \min \quad & 180x + 160y \\ \text{öyle ki} \quad & 6x + y \geq 12 \\ & 3x + y \geq 8 \\ & 4x + 6y \geq 24 \\ & x \leq 5 \\ & y \leq 5 \\ & x, y \geq 0 \end{aligned}$$

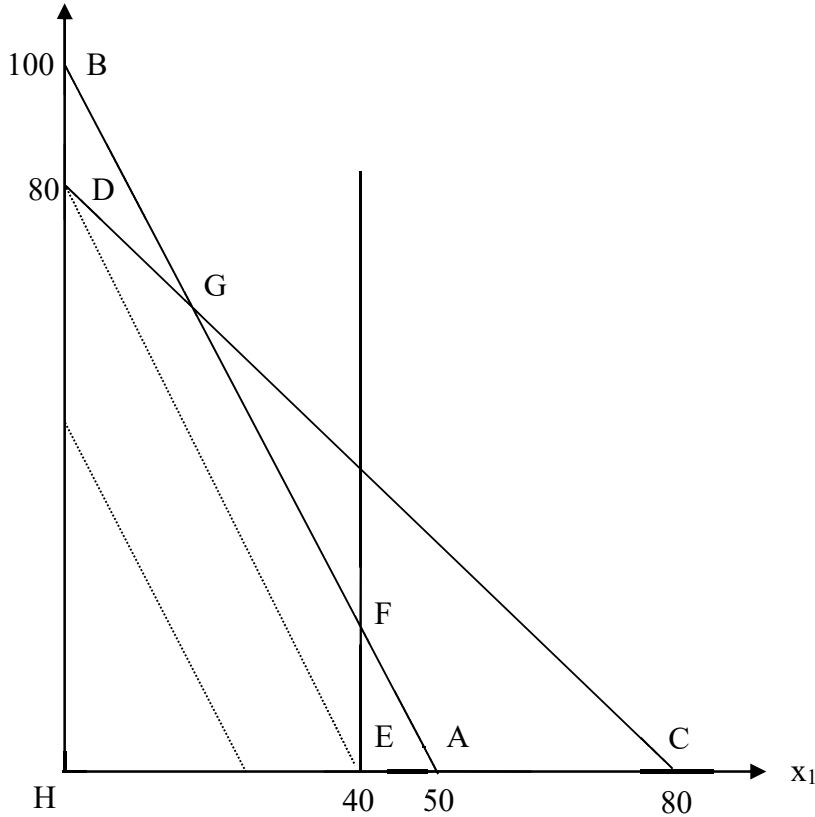
Yanıt

En iyi çözüm için maliyet 765.71'dir. 1.71 gün X madeni ve 2.86 gün Y madeni çalıştırılmalıdır.

Örnek 4. Değiştirilmiş Giapetto

$$\begin{aligned} \text{maks } z &= 4x_1 + 2x_2 \\ \text{Öyle ki;} \quad & 2x_1 + x_2 \leq 100 && \text{(Cilalama kısıt)} \\ & x_1 + x_2 \leq 80 && \text{(Marangozluk kısıt)} \\ & x_1 \leq 40 && \text{(Talep kısıt)} \\ & x_1, x_2 \geq 0 && \text{(İşaret sınırlamaları)} \end{aligned}$$

Yanıt



G (20, 60) ve F (40, 20) noktaları arasındaki doğru üzerindeki noktalar **alternatif en iyi çözümleri** verir.

$0 \leq c \leq 1$ için

$$c [20 \ 60] + (1-c) [40 \ 20] = [40-20c, 20+40c]$$

en iyi çözümdür.

Tüm en iyi çözümler için en iyi amaç fonksiyon değeri 200'dür.

Örnek 5. Değiştirilmiş Giapetto (v. 2)

$x_2 \geq 90$ (Tren talebi) kısıdını ekleyelim.

Yanıt

Olurlu bölge yoktur: **Olurlu olmayan DP**

Örnek 6. Değiştirilmiş Giapetto (v. 3)

Sadece $x_2 \geq 90$ kısıdı olsun.

Yanıt

Eş kar doğrusu olurlu bölgeyi terk edemez: **Sınırlı olmayan DP**